V/ Rune Øverland, Trainor Automation AS

Repeterbarhetskrav vs antall Trails

Artikkelserie

Dette er tredje artikkel i en serie av fire om tar for seg repeterbarhetskrav og antall ”trials”.

I den første definerte vi måleusikkerhet og sentralverdi. Den andre tok for seg sentralgrenseteoremet.

Artikkel 3:
Her diskuterer vi påliteligheten av et standardavvik, og vi introduserer begrepet utvidet usikkerhet av et gjennomsnitt. Du lærer mer om én-side og to-sidet avvik. Vi avslutter med Student’s t-faktor.

Pålitelighet av et standardavvik

Som forklart tidligere er standardavviket en statistisk beskrivelse av spredningen av måleverdier. Videre kan vi si at desto flere enkeltverdier vi har i populasjonen, desto mer pålitelig vil denne statistiske beskrivelsen være.

Skal vi analysere én måling (fra en stor populasjon), for eksempel min høyde, vil dette konkludere med et standardavvik lik null. Men, alle kan umulig ha samme høyde som meg.

Vi kan derfor si at når n er liten, vil man underestimere størrelsen på standardavviket. Vi bør derfor korrigere for dette, slik at kalkulert standardavvik er mer lik den praktiske forståelsen.

Påliteligheten (”Degrees of Freedom”) av standardavviket er definert som antall enkeltmålinger i utvalget minus 1.

v = n – 1

Utvidet usikkerhet av et gjennomsnitt (datasett)

Dersom det ikke foreligger bevis på det motsatte, er det vanlig praksis å anta at en serie med måleverdier vil ha en spredning i henhold til normalfordelingskurven (Gauss-distribusjon). Dette innebærer at 68 % av enkeltverdiene ligger innenfor ± standardavvik fra middelverdien.

I tilfellet av et nytt utvalgsgjennomsnitt, er det derfor cirka 1/3 sjanse (100 – 68 = 32 %) for at den sanne middelverdien vil ligge på utsiden av usikkerhetsintervallet definert av standardavviket. Dette er i mange måletilfeller en uakseptabel risiko.

For å øke troverdigheten av at den sanne verdien vil ligge i intervallet, øker vi intervallet ved å multiplisere standard usikkerhet med en faktor t. Resultatverdien kaller vi for utvidet usikkerhet, U.

For et utvalg med enkeltmålinger, har vi følgende:

$$U(\bar{x}) = t \cdot u(\bar{x})$$

Verdien på t hentes fra Student’s tabellen.

Student's tabellen

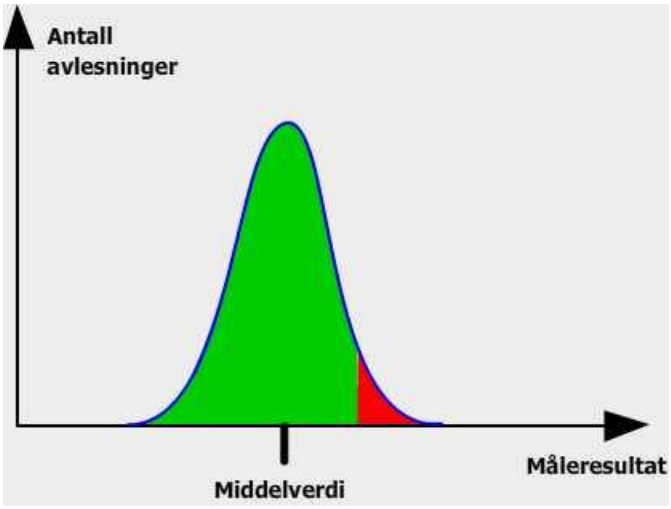
Tabellen viser verdier på Student's t-faktor.

Radvis har vi antall måleverdier i utvalget (n) minus 1, det vil si "Degress of Freedom".

T-faktorer er listet i tre kolonner, avhengig av hvilket tillitsnivå ("Confidence level") man har.

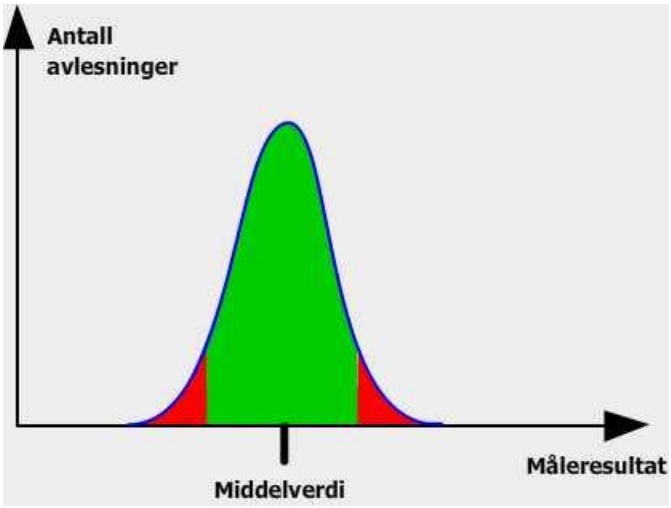
"Degrees of Freedom" (v = n – 1)	Student's t-faktor		
	Konfidensnivå ("Confidence Level")		
	2:side: 90 %	2:side: 95 %	2:side: 99 %
	(1:side: 95 %)	(1:side: 97,55 %)	(1:side: 99,7 %)
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,89	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,05
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,14	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,10	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,72	2,09	2,85
25	1,71	2,06	2,79
30	1,70	2,04	2,75
40	1,68	2,02	2,70
60	1,67	2,00	2,70
100	1,66	1,98	2,63
∞	1,64	1,96	2,58

En-side vs to-side



Figur: En-side usikkerheter

Figuren viser et eksempel på enside usikkerhetsintervall. Her har vi satt en grenseverdi hvor alle måleresultater over en viss verdi, defineres som unormale (rødt område).

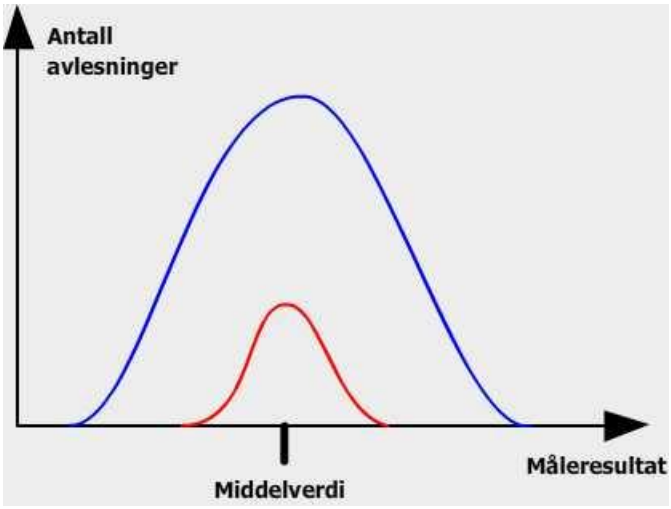


Figur: To-side usikkerheter

Figuren viser et eksempel på toside usikkerhetsintervall. Her har vi satt to grenseverdier hvor alle måleresultater over en viss verdi og under en viss verdi, defineres som unormale (røde områder).

En etablert industripraksis er å velge toside usikkerhetsintervall, som inkluderer 95 prosent av måleresultatene. Det vil si at 2,5 prosent ligger under en grenseverdi, og 2,5 prosent ligger over.

Usikkerhet av n og N



Figur: Fordelig av en (total = N) populasjon (blå kurve), og fordeling av et utvalg (n) fra denne populasjonen (rød kurve).

Vi tenker oss at vi har gjort en test hvor vi gjør fem målinger (n = 5). Vi kalkulerer og tegner opp dette; her representert med rød kurve.

I henhold til Student, er ”Degress of Freedom” v = n -1 = 4.

Videre tar vi utgangspunkt i tosidet usikkerhet rundt middelverdien med et ”Confidence Level” på 95 %.

Så, hvilket standardavvik har da den totale populasjonen; en populasjon som vi ikke har eksperimentelle data fra?

Vel; Student gir oss t-faktor lik 2,78.

Estimert standardavvik for populasjonen $[U(\bar{x})]$ basert på et utvalg med standardavvik $[u(\bar{x})]$ er her 2,78 ganger større enn utvalgets standardavvik.

”Degrees of Freedom”

La oss tenke oss fem måleresultater med middelverdi på 50. Dette gir en sum på 250.

Vi står fritt (”Freedom”) til å tenke på verdien på det første måleresultatet. La oss tenke at $x_1 = 55$. Vi står fremdeles fritt til å tenke på den andre verdien. La oss tenke at $x_2 = 48$. Summen så langt er 103. Vi står fritt til å tenke på den tredje verdien. La oss tenke at $x_3 = 50$, og $x_4 = 53$. Summen er nå 206. Vi har nå ingen frihet til å velge det siste tallet. Det siste tallet må være 250 – 206 = 44. ”Freedom” = 4.

Artikkel 4:

Vi viser deg hvorledes vi kan estimere standardavvik når dette ikke kan beregnes. Artikkelserien avsluttes med hvorledes vi kan kalkulere kombinert usikkerhet ved et visst antall ”Trials, oppgitt ved 95 % Confidence Level”, til å være 0,03 % eller bedre.