Repeterbarhetskrav vs antall Trails

V/ Rune Øverland, Trainor Automation AS

Artikkelserie

Dette er siste artikkel i en serie av fire om tar for seg repeterbarhetskrav og antall "trials". Formålet med artikkelserien er å bestemme sammenhengen mellom antall Trials og repeterbarhetskravet som må stilles for dette antall Trials.

Den siste viser hvordan vi estimerer standardavvik når dette ikke kan beregnes. Artikkelserien avsluttes med hvorledes vi kan kalkulere kombinert usikkerhet ved et visst antall "Trials" – oppgitt ved 95 % Confidence Level" – til å være 0,03 % eller bedre.

Estimere standardavvik

Det kan være tilfeller hvor man eksperimentelt ikke kan beregne standardavvik. Som et alternativ kan vi estimere standardavvik $E_{(\sigma)}$ slik:

$$E_{(\sigma)} = \frac{"Range"}{D_{(n)}}$$

Med "Range" menes forskjellen mellom høyeste og laveste verdi i utvalget. Hvilken verdi $D_{(n)}$ skal ha, avhenger av antall medlemmer i utvalget.

Standard usikkerhet:

$$s_{(\bar{x})} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{E_{(\sigma)}}{\sqrt{n}} = \frac{\frac{"Range"}{D_{(n)}}}{\sqrt{n}} = \frac{"Range"}{\sqrt{n} \cdot D_{(n)}} = \frac{W_{(n)}}{\sqrt{n} \cdot D_{(n)}}$$

Videre:

Utvidet sikkerhet = (Student's t-faktor) · (Standard usikkerhet)

$a_{(MF)} = t_{(95\%,n-1)} \cdot s_{(\bar{x})}$

$a_{(MF)} = \pm \frac{t_{(95\%,n-1)} \cdot W_{(n)}}{\sqrt{n} \cdot D_{(n)}}$

hvor

$a_{(MF)}$	er utregnet usikkerhet (for eksempel ± 0,027 %)
n	er antall testkjøringer = "Trials" (for eksempel 10)
$t_{(95\%,n-1)}$	er Student's t-faktor uttrykt ved "95 % Confidence Level" og "Degress of Freedom"; det vil si her: v = n -1 = 10 – 1 = 9 → t = 2,262
$W_{(n)}$	er repeterbarhetskravet for n Trials, for eksempel 0,12 % når vi har 10 Trials
$D_{(n)}$	er en områdefaktor for eksempel 3,078 for 10 Trials

$D_{(n)}$

Et område er definert som forskjellen mellom den høyeste og laveste verdien på individer i et utvalg.

Tippett skrev i 1925 en rapport som beskrev et teoretisk område basert på en normalfordelingskurve. Han ligning ble:

$$D_{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - (1 - \alpha)^n - \alpha^n\} dx$$

Gjennomsnittlig områdefaktor ($D_{(n)}$) i et utvalg med størrelse (n) vil da ha følgende verdier:

Antall (n)	$D_{(n)}$
2	1,12838
3	1,69257
4	2,05875
5	2,32593
6	2,53441
7	2,70436
8	2,84720
9	2,97003
10	3,07751
11	3,17287
12	3,25846
13	3,33598
14	3,40676
15	3,47183
25	3,89535
50	4,49815
100	5,01519
200	5,49209
500	6,07340
1000	6,48287

I litteraturen vil $D_{(n)}$ også omtales d_2, og som Hartley's konstant.

Tilbake til oppgaven . . .

Vi ønsker at kalkulert kombinert usikkerhet ved et visst antall "Trials" – oppgitt ved 95 % Confidence Level" skal være 0,03 % eller bedre. Vår oppgave er å bestemme sammenhengen mellom antall Trials og repeterbarhetskravet som må stilles for dette antall Trials.

$$a_{(MF)} = \pm \frac{t_{(95\%,n-1)} \cdot W_{(n)}}{\sqrt{n} \cdot D_{(n)}}$$

Eksempel 1:

n = 5 (det vil si vi ønsker å kjøre 5 Trials)

Vi henter ut følgende verdier fra tabellen:

$t_{(95\%,n-1)}$ = 2,776 ved "Degrees of Freedom = n – 1 = 4

$D_{(n)}$ = 2,326 for n = 5

Vi sjekker mot repeterbarhetskravet $W_{(n)}$ = 0,05 %.

Vi får kombinert usikkerhet:

$a_{(MF)} = \pm \frac{2{,}776 \cdot 0{,}0005}{\sqrt{5} \cdot 2{,}326}$ = ± 0,002677 ≈ ± 0,027 %

Eksempel 2:

n = 10 (det vil si vi kjører 10 Trials)

Vi henter ut følgende verdier fra tabellen:

$t_{(95\%,n-1)}$ = 2,262 ved "Degrees of Freedom = n – 1 = 9

$D_{(n)}$ = 3,078 for n = 10

Vi sjekker mot repeterbarhetskravet $W_{(n)}$ = 0,12 %.

Vi får kombinert usikkerhet:

$a_{(MF)} = \pm \frac{2{,}262 \cdot 0{,}0012}{\sqrt{10} \cdot 3{,}078}$ = ± 0,002788 ≈ ± 0,028 %

Vi kan oppsummere sammenhengen mellom antall Trials og repeterbarheten slik:

Antall Trials	Repeterbarhetskrav i %	Kalkulert kombinert usikkerhet i %
2	0,003	± 0,0239
3	**0,02**	± 0,0293
4	0,03	± 0,0232
5	**0,05**	± 0,0267
6	0,06	± 0,0249
7	0,08	± 0,0274
8	0,09	± 0,0264
9	0,10	± 0,0259
10	**0,12**	± 0,0279
11	0,13	± 0,0275
12	0,14	± 0,0273
13	0,15	± 0,0272
14	0,16	± 0,0271
15	0,17	± 0,027*
16	0,18	± 0,027*
17	0,19	± 0,027*
18	0,20	± 0,027*
19	0,21	± 0,027*
20	0,22	± 0,027*

*) Verdier for kalkulert kombinert usikkerhet for Trails 15 til og med 20 er hentet fra tabeller (=0,027).

Tabellen nedenfor oppsummerer sammenhengen mellom repeterbarhetskrav for et bestemt antall Trials og dennes kombinerte kalkulerte usikkerhet ved ulike repeterbarhetskrav.

	Kalkulert gjennomsnittlig usikkerhet ved antall Trials oppgitt ved 95 % Confidence Level							
Trials	Repeter (%)	Usikker (%)	Repeter	Usikker	Repeter (%)	Usikker (%)	Repeter (%)	Usikker (%)
3	0,02	± 0,029	0,03	± 0,044	0,04	± 0,059	0,05	± 0,073
4	0,02	± 0,016	0,03	± 0,023	0,04	± 0,031	0,05	± 0,039
5	0,02	± 0,011	0,03	± 0,016	0,04	± 0,021	0,05	± 0,027
6			0,03	± 0,012	0,04	± 0,017	0,05	± 0,021
7			0,03	± 0,010	0,04	± 0,014	0,05	± 0,017
8					0,04	± 0,012	0,05	± 0,015
9					0,04	± 0,010	0,05	± 0,013
10							0,05	± 0,012

Repeterbarhetskrav ved proving

Hvorvidt man oppfyller repeterbarhetskrav i en kalibreringssekvens kan eksemplifiseres slik:

Trial nummer	K-faktor for mengdemåler (pulser/m^3)
x_1	3500,1
x_2	3499,9
x_3	3500,0
x_4	3500,2
x_5	3499,8
Snitt $\bar{x}$	3500

$$Repeterbarhet\ [\%] = \frac{(Høyeste\ verdi - Laveste\ verdi)\cdot 100}{Snittverdi}\ [\%]$$

$$Repeterbarhet\ [\%] = \frac{(3500{,}2 - 3499{,}8)\cdot 100}{3500}\ [\%]$$

$$Repeterbarhet\ [\%] = 0{,}011\ \%$$

Oppsummering

Fra tabellen på forrige side leser vi ut at:

Utførelse av proving med 3 ”trials” og repeterbarhetskrav lik 0,03 % kan likestilles med proving med 5 ”trials” og repeterbarhetskrav lik 0,05 %, og likestilles med proving med 10 ”trials” og repeterbarhetskrav lik 0,12 %

I alle tre tilfeller blir den kalkulerte kombinerte usikkerhet lavere enn 0,03 prosent referert til et 95 prosent sannsynlighetsintervall.

I eksemplet over er den kombinerte usikkerheten beregnet til 0,011 prosent ved kjøring av 5 ”trials”. Dette er bedre enn Oljedirektoratets krav som i måleforskriften er satt til 0,05 prosent.

Repeterbarhetskravet er oppfylt.

I tillegg må denne k-faktoren (3500 pulser per kubikkmeter) sjekkes mot tidligere godkjente k-faktorer. Den nylig uttestede k-faktoren må ligge innenfor ± to standardavvik fra gjennomsnittet av de tidligere godkjente k-faktorer.