Uncertainty of the Uncertainty?
Del 2 av 6

v/Rune Øverland, Trainor Elsikkerhet AS

I første del av min artikkelserie om «*Uncertainty of the Uncertainty*» tok jeg et historisk tilbakeblikk på Måleforskriften.

Der så vi at Oljedirektoratet i 1991 økte presisjonen på «*Uncertainty of the Uncertainty*» ved å legge til en ekstra null.

Og jeg spurte meg selv hvor forankringen til dette ligger.

I denne del to vil jeg fortelle deg en fabel om min helt; John.

Men, først litt om tallstiger.

Figur 1: Min helt; John.

Tallstiger, og deres presisjon

Et måleband er et godt eksempel på en «tallstige».

Figur 2: Målebånd

Et målebånd med høy oppløsning kan sies å være et verktøy som har høy presisjon. Typisk vil et målebånd ha flere delstreker mellom hver centimeter. Vi kan her oppgi en lengde til nærmeste millimeter.

I mitt eksempel har målebåndet ingen delstreker mellom hver millimeter. Målebåndet har derfor en begrensning hvor presist vi kan oppgi en lengde. Vi kan ikke påberope oss en nøyaktighet for eksempel i mikrometer-størrelsen ved bruk av målebåndet i eksemplet mitt.

Hva er signifikante sifre?

Signifikant siffer kalles også gjeldende siffer. Gjeldende sifre er det antallet sifre et tall har når man fjerner alle nuller i begynnelsen (men ikke i slutten) av tallet. Signifikante sifre er sifre som har betydning for tallets størrelse.

La oss tenke på tallet 0,00027. Dette tallet har altså to signifikante sifre; 2 er det første signifikante sifferet og 7 er det andre. Nullene foran de signifikante sifrene og kommategnet plasserer tallet på tallstigen.

Et alternativ ville være å skrive tallet på standardformen; slik: $a \cdot 10^{n}$. Tallet a skal være mellom 1 og 10, og n et helt tall. a er lik 2,7 og n er lik -4. Vi ville rapportere tallet slik: $2{,}7 \cdot 10^{-4}$.

Rapportering av tall

Når vi skal kommunisere tall med andre personer, er det viktig at man forstår betydningen av rapporteringen av sifrene. Selvklart? Selvfølgelig vil man si, men ikke ta for lett på oppgaven. Kunnskapsnivået om signifikante sifre kan lett føre til ubehageligheter og unødvendige kostnader.

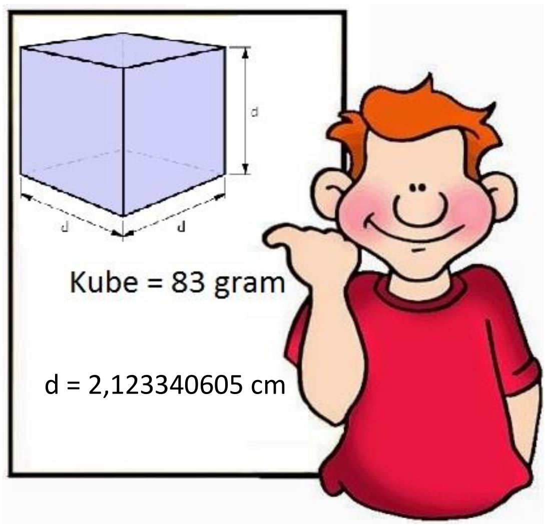
Vi skal heller ikke slurve med sifrene når tallet skal plasseres på tallstigen. Vi skal ikke påberope oss at tallet har høyere presisjon enn det tallet faktisk har. I artikkelseriens del tre vil jeg komme tilbake til hvor mange signifikante sifre et måletall skal ha.

Er signifikante sifre viktige? – en fabel om John

En student, la meg kalle ham for John, trengte en kube av metall. Kuben skulle ha en vekt på 83 gram. Han og de andre studentene i klassen skulle hver ta ansvar for å lage sin kube. John var optimistisk.

Som student trodde John at signifikante sifre var oppfunnet for å gjøre livet komplisert for studenter, og at slike sifre ikke hadde noen praktisk betydning i samfunnet. Som student var det tøft å ha kalkulator som viste mange sifre. John mente at utregningene ble svært presise.

Han valgte at kuben skulle være av bronse med tetthet lik 8,67 gram per kubikkcentimeter. John kalkulerte volumet til kuben til 9,573241061 kubikkcentimeter. Videre kalkulerte John at sidelengden - d - på kuben skulle være 2,123340605 centimeter.



Figur 3: John's skoleprosjekt

John hadde ikke verktøy til å lage kuben. Han visste om et verksted i nærheten som kunne hjelpe ham. En medstudent hadde vært der noen uker tidligere og fått laget en fin kube etter nøyaktige mål.

Fornøyd gikk John til det mekaniske verkstedet med sin kube-tegning. Verkstedformannen sa at «Å ja, vi kan lage denne kuben etter din spesifikasjon, men dette vil bli svært kostbart.» John svarte: «Det er OK. Kube-prosjektet er viktig for meg.»

John viste at medstudenten hadde vært på det mekaniske verkstedet, og betalt 200 kroner for en tilsvarende kube som han var fornøyd med. John hadde satt av inntil 500 kroner til sitt kube-prosjekt, så han viste han hadde nok penger til å betale det mekaniske verkstedet for arbeid og materiale.

John kom tilbake til verkstedet neste dag da han trodde at kuben ville være ferdig. «Beklager», sier verkstedformannen. «Vi jobber fremdeles med den. Kom tilbake neste uke», avsluttet formannen.

Dagen var kommet, og John fikk sin kube. Formannen tok frem et fløyelsdekket skrin. Der lå en skinnende kube. Blankpolert og fin. John, vår helt, ble raskt nervøs. Han tok mot til seg og spurte etter regningen. «Prisen er 15000 kroner, og du får den ekstra billig. Siden du er student, har vi gitt deg rabatt» sa verkstedformannen. «Det var en svært vanskelig jobb å maskinere din kube. Det var umulig å maskinere kuben med sidelengder 2,123340605 centimeter. Etter femte forsøket klarte vi 2,123 centimeter, og vi stoppet der.»

Figur 4: John’s magiske kube

John var i sjokktilstand, men fikk til slutt frem: «Men . . . men . . .min venn betalte bare 200 kroner; for den samme kuben!»

«Nei», svarte formannen. «Din venn bestilte en kube med sidelengde 2,1 cm. Din spesifikasjon var 2,123340605 centimeter. Vi prøve i det lengste å oppfylle din spesifikasjon. Vi brukte spesialverktøy, og dette tok svært lang tid. Vi måtte jobbe nattskift, og vi måtte lage fem kuber før vi var fornøyd.»

«Oh!», sa John, som lurte på hvilke nedbetalingsløsninger verkstedet kunne gi ham.

Sluttord om fabel

Jeg synes synd på John, og heldigvis var dette en fabel. Det jeg underes over er om John egentlig fikk det han ville ha. At han fikk en kube med svært presise sidelengder er det liten tvil om. Men, veide kuben 83 gram slik prosjektoppgaven beskrev?

Det får vi aldri vite!

Grunnleggende spørsmål når vi tar målinger

Når vi tar målinger, er det noen grunnleggende spørsmål vi må stille oss.

a) *Hvor mange signifikante sifre har måleinstrumentet*?

   Dette forteller oss om måleinstrumentets presisjon. Et voltmeter eller stoppeklokke kan for eksempel vise oss verdien xx,xx. Vi kan da si at tiden kan rapporteres i antall hundredels sekunder (oppløsning 0,01 sekunder).

   Presisjonen til målingen er bare lik presisjonen til måleinstrumentet når alle repeterte målinger ellers er identiske.

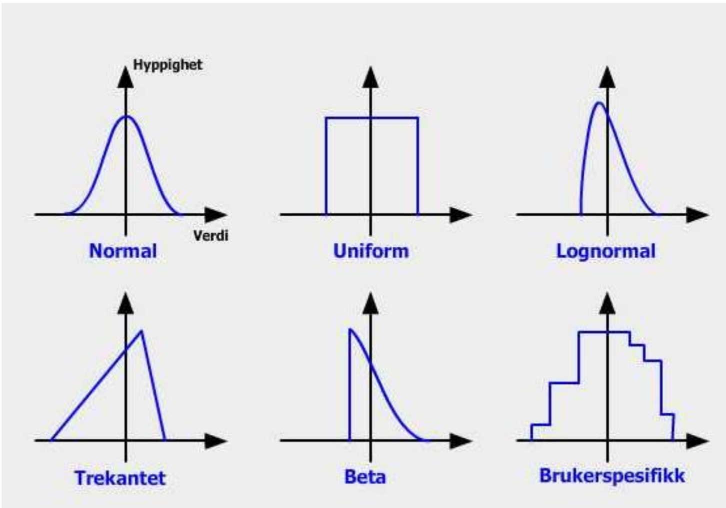
b) *Menneskelig påvirkning i måleoppsettet*?

   For eksempel, dersom jeg skal ta tiden ved bruk av stoppeklokke, vil min reaksjonstid ved start og stopp påvirke måletallet. Reaksjonstiden for et gjennomsnittsmenneske er 0,14 sekunder.

c) *Vil endringer i omgivelsene påvirke måleresultatet*?

Jeg skal for eksempel gjenta et eksperiment, og rapportere gjennomsnittsverdien. Variasjonen rundt en gjennomsnittsverdi beskrives som usikkerhetsverdi (standardavvik). For eksempel kan variasjonen beskrives med intervallet <-0,3 sekunder, +0,3 sekunder>. En variasjon i observasjonene kan også komme av at jeg ikke har spesifisert, eller kontrollerer måleoppsett grundig nok. Det kan være variasjoner i for eksempel i lufttrykk, omgivelsestemperatur, vibrasjon, vind, lysforhold etc som kan påvirke måleinstrumentet eller den som observerer.

Signaturen til tilfeldige variasjoner («random errors») kommer til syne ved at repeterende målinger produserer ulike enkeltobservasjoner rundt en gjennomsnittsverdi.



Mange (nesten alle) måleoppsett har en signatur som følger en normalfordelingskurve. Hovedtyngden (hyppigheten) av observasjonene ligger rundt gjennomsnittsverdien. Det som er typisk er at desto lengre vekk vi beveger oss fra gjennomsnitts-verdien (mot ekstreme lave verdier, eller mot ekstreme høye verdier), så forekommer disse ekstreme observasjonene sjeldnere. Og, det er typisk symmetri om gjennomsnitts-verdien.

Figur 5: Typiske distribusjoner ("signaturer")

Guide to the expression of uncertainty in measurement - GUM

"Joint Committee for Guides in Metrology" – JCGM er en arbeidsgruppe for "International Bureau of Weights and Measures" - BIPM. BIPM er en av tre organisasjoner etablert for å vedlikeholde SI-systemet under Meterkonvensjonen.

I 2008 utga JCGM gjeldende versjon av «Evaluation of measurement - Guide to the expression of uncertainty in measurement"; JCGM 100:2008.

I seksjon 7.2.6 står det:

"The numerical values of the estimate y and its standard uncertainty $u_c(y)$ or expanded uncertainty U should not be given with an excessive number of digits."

OK, så de anbefaler at man ikke skal bruke flere sifre enn nødvendig.

Videre: «It usually suffices to quote . . . to at most two significant digits."

OK; så vi bør holde oss til maksimalt to signifikante sifre.

Videre står det i seksjon 7.2.6: « . . .common sense should prevail . . .».

OK, så det er fremdeles lov å bruke sunn fornuft. ☺

Og, til slutt tar jeg med: «Estimates should be rounded to be consistent with their uncertainties.»

Antall signifikante sifre når usikkerhet ikke er oppgitt

Tema i denne artikkelserien er at alle målinger har knyttet en usikkerhet til måleresultatet. En arbeidsregel er at *i fravær av en usikkerhet er oppgitt*, antar vi at tallet har en signifikans som tilsvarer en enhet som det siste rapporterte sifferet.

Dersom vi sier at vekten på kuben skal være 83 gram, som i John's tilfelle, så er den absolutte usikkerheten 1 gram. Vekten er høyere enn 82 gram, og mindre enn 84 gram. Tallet 83 har to signifikante sifre.

Figur 6: «Tallstige»

Dersom vekten ble rapportert som 83,1 gram, så er den absolutte usikkerheten 0,1 gram.

Regler for hva som telles som signifikante sifre

Her er noen regler om signifikante sifre.

- Alle ikke-nullsifre er signifikante. For eksempel $2{,}997 \cdot 10^3$ har fire signifikante sifre.
- Alle null-sifre mellom ikke-nullsifre er signifikante sifre. Tallet 101 har tre signifikante sifre.
- Nullsifre til venstre for det første ikke-nullsifferet er ikke signifikante. Tallet 0,51 meter har to signifikante sifre.
- Nullsifre på slutten av et tall til høyre for kommategnet er signifikante. Tallet $1{,}60 \cdot 10^3$ har tre signifikante sifre.
- Dersom et tall slutter på null eller nuller uten desimaltegn (vi har et heltall), *kan* nullene være signifikante. For eksempel 270 Ω kan ha tre signifikante sifre, men kan også forstås å ha to signifikante sifre. For å unngå misforståelse, bør tallet skrives på standardform. Dersom vi ønsker å rapportere med tre signifikante sifre, skriver vi slik: $2{,}70 \cdot 10^2\ \Omega$. Dersom vi ønsker å rapportere med to signifikante sifre, skriver vi slik: $2{,}7 \cdot 10^2\ \Omega$.

Opptellinger

Noen typer tall forstås å ha uendelig [∞] med signifikante sifre, som opptalte mengder. Hvis jeg har talt opp fem personer, har tallet 5 uendelig mange signifikante sifre. Tallet 5 kan i denne sammenheng forstås som 5,0000000 . . . . . men, vi rapporterer kun 5.

Vi skiller således mellom tall som er *opptalte* og tall som er *målte*.

I neste del av artikkelserien om «Uncertainty of the Uncertainty», skal jeg debattere hvor *mange* signifikante sifre et målt eller kalkulert tall skal bestå av.

Vi trenger en praktisk forståelse av seksjon 7.2.6 hvor JCGM skriver 'The numerical values should not be given with an excessive number of digits».

Ja, hvor mange sifre skal tallene rapporteres med?

Min helt, John, forstår nå at et måletall skal ha riktig antall signifikante sifre for «Uncertainty of the Uncertainty». Det store spørsmålet er om han klarer å overbevise Oljedirektoratet om det samme.

Figur 7: Min helt; John. «$2v$ or not $2v$»

Figur 8: Uforankring av Uncertainty of the Uncertainty kan ha økonomiske konsekvenser

Er det best å reise tilbake i tid for å sjekke forankringen?

Med vennlig hilsen
Trainor Elsikkerhet AS
Rune Øverland
Senioringeniør
Tønsberg juni 2016